

# NÚMEROS

Revista de Didáctica de las Matemáticas

<http://www.sinewton.org/numeros>

ISSN: 1887-1984

Volumen 70, abril de 2009, páginas 75–87

## Diofanto, Hilbert y Robinson: ¿Alguna relación entre ellos?

Isabel Hernández Fernández (Universidad de Sevilla)

Consuelo Mateos Contreras (Universidad de Sevilla)

Juan Núñez Valdés (Universidad de Sevilla)

Fecha de recepción: 2 de mayo de 2008

Fecha de aceptación: 7 de abril de 2009

---

### Resumen

A lo largo de la Historia son bastantes los matemáticos a los que no se les ha valorado su contribución. Éste es el caso de muchas mujeres matemáticas, que han realizado importantes trabajos pero cuyo reconocimiento no ha sido el suficiente y han tenido que afrontar muchas dificultades para desarrollar su labor. En este artículo se resalta la importancia de una de ellas: Julia Bowman Robinson, cuya mayor aportación se centra en la resolución del décimo problema de Hilbert.

### Palabras clave

Julia Robinson, ecuaciones diofánticas, décimo problema de Hilbert.

---

### Abstract

At present, there are many mathematicians whose contributions have not been conveniently appreciated throughout the history. It is the case of many mathematician women, who have developed important tasks but they have not been sufficiently recognized and, moreover, have had to overcome lots of difficulties to face up her work. In this paper the importance of one of them is remarked: Julia Bowman Robinson, whose main contribution consists in having participated in the Hilbert's Tenth Problem solution.

### Keywords

Julia Robinson, diophantine equations, Hilbert's tenth problem.

---

*“Nuestra recompensa se encuentra en el esfuerzo y no en el resultado. Un esfuerzo total, es una victoria completa”*

*Ghandi*

## 1. Introducción

Las ecuaciones algebraicas de varias variables y coeficientes enteros cuyas soluciones son también enteras se denominan *ecuaciones diofánticas*, en honor del matemático griego Diofanto de Alejandría.

Son poco precisos los datos que se conocen actualmente sobre la vida de Diofanto. Según las investigaciones más fiables, que proceden de la *Antología griega*, escrita por Metrodoro en el siglo V d. C., Diofanto debió vivir en el siglo III a.C., durante aproximadamente unos 84 años, ya que en una antología griega de problemas algebraicos en forma de epigramas, se recoge el siguiente epitafio, al parecer grabado en su tumba:



Sociedad Canaria Isaac Newton  
de Profesores de Matemáticas

*“¡Caminante! Aquí yacen los restos de Diofanto. Los números pueden mostrar, ¡oh maravilla! la duración de su vida, cuya sexta parte constituyó la hermosa infancia. Había transcurrido además una duodécima parte de su vida cuando se cubrió de vello su barba. A partir de ahí, la séptima parte de existencia transcurrió en un matrimonio estéril. Pasó, además, un quinquenio y entonces le hizo dichoso el nacimiento de su primogénito. Este entregó su cuerpo y su hermosa existencia a la tierra, habiendo vivido la mitad de lo que su padre llegó a vivir. Por su parte Diofanto descendió a la sepultura con profunda pena habiendo sobrevivido cuatro años a su hijo. Dime, caminante, cuántos años vivió Diofanto hasta que le llegó la muerte.”*

Entre las obras más conocidas de este autor, por muchos considerado como “el padre del Álgebra”, merecen ser citadas “*Numeris Multangulis*” (sobre los números poligonales), los “*Porismas*” (colección de lemas, ya totalmente perdida) y sobre todo, la “*Arithmetica*”. Esta última es en realidad un tratado de 13 libros, del que sólo han llegado 6 hasta nuestros días, que no es propiamente un texto de álgebra, sino una colección de 150 problemas (que surgen sin criterio u orden aparente), que Diofanto resuelve dando una solución para cada uno de ellos, aunque sin preocuparse de la unicidad de la misma. En particular, el problema 8 del Libro II (que consta de unos 35 problemas en total) ha sido el que dio lugar al conocido “*Teorema de Fermat: descomponer un cuadrado en suma de dos cuadrados*”.



Foto 1. Tumba de Diofanto



Foto 2. Portada de Arithmetica

Es conocido, no obstante, el hecho de que Diofanto buscaba soluciones racionales positivas de lo que posteriormente se dieron en llamar *ecuaciones diofánticas*, y no exclusivamente enteras (de hecho, fue Fermat el que realmente inició el estudio de las soluciones exclusivamente enteras de estas ecuaciones). Más aún, Diofanto llegó a conocer métodos generales para encontrar soluciones racionales de estas ecuaciones, dadas una o unas soluciones iniciales.

En notación y terminología habituales, una ecuación diofántica es una ecuación de la forma  $P(x_1, \dots, x_m) = 0$ , donde  $P$  es un polinomio de  $m$  variables, con coeficientes enteros. Las ecuaciones diofánticas más habituales son las lineales con dos incógnitas, del tipo  $Ax + By = C$ , siendo  $A$ ,  $B$  y  $C$  números enteros, como por ejemplo la siguiente:  $3x + 2y + 5 = 0$ , que admite entre sus infinitas soluciones, la siguiente:  $x = y = -1$ . Es ya conocido que para que una de estas ecuaciones tenga solución (entera, como ya se presupone) es condición necesaria y suficiente que el coeficiente  $C$  sea divisible entre el máximo común divisor de los coeficientes  $A$  y  $B$ , resultado al que se llega por aplicación de la teoría de las congruencias.

Veintidós siglos después de Diofanto, en 1862, en Königsberg, Prusia del este, nació David Hilbert, un matemático que a sus 38 años, en el Segundo Congreso Internacional de Matemáticas

celebrado en París el día 8 de Agosto de 1900, impartió una conferencia titulada “Problemas Matemáticos”, en la que presentó una lista de 23 problemas matemáticos diseñados para servir de ejemplo de tipos de problemas cuya resolución significaría un notable avance en el desarrollo de diversas ramas de las Matemáticas, aunque algunos no fuesen estrictamente problemas, sino más bien áreas abiertas de investigación (Hilbert, 1902).

De esta lista de problemas propuestos por Hilbert a la comunidad matemática internacional, el décimo plantea probar la existencia de un algoritmo universal que permita resolver las ecuaciones diofánticas: *determinar la resolubilidad de una ecuación diofántica*. A la resolución de este problema es a lo que Julia Robinson dedicó prácticamente toda su vida de matemática.

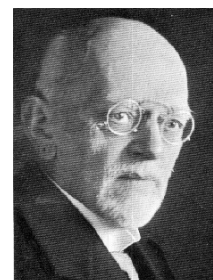


Foto 3. David Hilbert

El trabajo que se presenta está estructurado como sigue: tras esta Introducción, vienen dos secciones en las que se presentan, en la primera de ella unas notas biográficas de Julia Robinson, en las que aparecen intercaladas su vida, su obra profesional en general, y su contribución a la resolución del décimo problema de Hilbert, en particular. En esta sección se han intentado también remarcar las dificultades, tanto de género como personales, que tuvo que superar Julia Robinson para desarrollar su labor como matemática. En la segunda sección se presenta una panorámica, muy resumida, de la evolución seguida en la resolución del décimo problema de Hilbert, haciéndose especial énfasis en la contribución de Julia a la misma.

## 2. Julia Bowman Robinson: una vida dedicada a resolver el décimo problema de Hilbert

Julia Bowman Robinson, que nació en St. Louis, Missouri, el 8 de Diciembre de 1919, fue la segunda hija del matrimonio formado por Ralph Bowers Bowman y Helen Hall Bowman. Cuando Julia tenía 2 años, su madre falleció y ella y su hermana mayor, Constance, se fueron a vivir a Phoenix (Arizona) con su abuela. En 1923 las dos hermanas regresaron con su padre y con la nueva esposa de éste, Edenia Kridelbaugh, yéndose a vivir a San Diego (California), donde tres años más tarde nació su hermana menor, Billie. A pesar de ser su madrastra, Julia siempre consideró a Edenia como a una verdadera madre, de la que recibió grandes apoyos tanto para el estudio de las matemáticas como para su vida misma.



Foto 4. Julia Robinson

La infancia de Julia estuvo repleta de enfermedades. A los 9 años contrajo la escarlatina, lo que hizo que toda la familia tuviera que estar en cuarentena durante un mes (como anécdota, decir que toda la familia celebró el final de esa cuarentena asistiendo a la primera película hablada que se proyectó). Un año más tarde, cuando Julia ya estaba recuperada de esa enfermedad, contrajo fiebre reumática y tras varias recaídas, tuvo que pasar un año en casa de una enfermera. Como en ese tiempo el tratamiento para la fiebre reumática era la exposición al sol y el aislamiento de otras personas, Julia se vio obligada a pasar una infancia muy solitaria, separada de sus hermanas y prácticamente aislada de los demás (curiosamente, este aislamiento a edades tempranas suele aparecer con bastante frecuencia en la vida de muchos matemáticos, como Descartes y Newton, por ejemplo). Esto hizo que Julia tuviese mucho tiempo para entretenerse y aprendiese a tener paciencia, aunque no dedicara casi nada del mismo al estudio. Como debido a su enfermedad Julia perdió dos años de colegio, sus padres le pusieron un tutor en casa durante un año, que le enseñaba materias de quinto a octavo curso. A ella le fascinaba la afirmación de su tutor en la que decía que *en la raíz cuadrada de dos no podían aparecer*



*cifras decimales repetidas* (sin duda, debía referirse a que la raíz cuadrada de dos no se puede expresar como un número decimal periódico). Ésta fue la primera vez que Julia mostró verdadero interés por algún tema matemático, llegando a intentar demostrar el hecho anterior por sí misma, aunque sin llegar a conseguirlo.

Julia regresó al colegio en noveno curso, asistiendo al Theodore Roosevelt Junior High School. Allí se adentró en el mundo del Álgebra, gracias a su profesora de matemáticas. Es importante notar que, anteriormente, Julia había mostrado una cierta habilidad e interés por las ciencias en general, pero no por las matemáticas en particular. A Julia también le gustaban el deporte y la cultura. Como ella misma cuenta (Reid, 1986):

*“Mi amiga Virginia, con la que iba a montar a caballo una vez a la semana, estudiaba arte, y ella me animó para que me matriculara en un curso de arte, en el que aprendí algo sobre perspectiva y entre otras cosas, dibujé un balón de béisbol que parecía totalmente real. Yo era muy aficionada al béisbol y gastaba parte de mi paga en periódicos deportivos. También, y a pesar de mi gran falta de habilidad musical, sentía una gran admiración por Lawrence Tibbett, que era un barítono de la Ópera Metropolitana que había protagonizado varias películas. También aprendí de mi padre a disparar con pistolas y rifles. Retrospectivamente, veía mis años escolares muy relajados en comparación con los de los jóvenes de hoy.”*



Foto 5. Julia Robinson

Poco a poco, Julia continuó mostrando un profundo interés por las matemáticas. Incluso cuando todas sus otras compañeras del colegio optaron por no elegir esta disciplina, Julia continuó tanto en Matemáticas como en Física, siendo la única mujer que asistía a estas clases de estas dos disciplinas. Mientras triunfaba en el trabajo escolar, fue aumentando la confianza en sí misma y venciendo sus inseguridades, dos cualidades que ella no había desarrollado anteriormente a causa de su aislamiento. De hecho, Julia, en sus peores momentos de aislamiento, llegó incluso a tener que depender de su hermana Constance para que fuera ésta la que hablara por ella. Sin embargo, una vez superadas estas dificultades, Julia consiguió graduarse en 1936 con honores en ciencia y obtuvo la medalla honorífica Bausch-Lomb por obtener excelentes resultados en matemáticas y ciencias. Como premio a sus calificaciones, sus padres le regalaron una regla de cálculo transparente que ella bautizó como “slippy”.

De esta época, Julia escribe lo siguiente (Reid, 1986):

*“Al principio de mis estudios escolares, a Constance y a mí nos pidieron que hiciéramos un test I.Q. (relativo al cociente intelectual). Constance lo hizo muy bien, pero yo, desacostumbrada a hacer esas pruebas y por mis problemas de comprensión lectora, lo hice muy mal, sacando un resultado de 98, dos puntos por debajo de lo normal. Sin embargo, algún tiempo después, todavía en el colegio, a Constance, que había abandonado algo sus estudios para dedicarse de lleno al periódico de la escuela, la llamó a su despacho el Jefe de Estudios para preguntarle por qué estaba bajando tanto en su rendimiento, mientras que yo también fui llamada pero para comentarme que estaba mejorando mucho en el mío”.*

En 1936, cuando Julia tenía dieciséis años, sus padres decidieron que ella siguiera los pasos de su hermana Constance y fuera a estudiar a San Diego State College (posteriormente, San Diego State University). Allí, Julia eligió estudiar Matemáticas, pensando especializarse en Geometría Analítica y Cálculo. Por aquel entonces, en el College había 35 ó 40 alumnos que deseaban estudiar matemáticas, aunque la mayoría de ellos, al igual que Julia, no pensaba dedicar su vida a la investigación matemática. Lo que Julia deseaba en realidad era trabajar en la enseñanza, ya que, para ella, *no había otras salidas para un matemático*. Al respecto, indicar que Julia no recuerda que en el College hubiese profesoras de matemáticas, aunque sí las recuerda de otras asignaturas, como Biología o Psicología.

En 1937, el padre de Julia perdió todos sus ahorros a consecuencia de la Gran Depresión que asoló a los Estados Unidos en los años 30 y eso le llevó al suicidio. Hacía años que había perdido el interés en sus negocios y se había jubilado, viviendo de sus ahorros. Por eso no pudo soportar la pérdida de los mismos.

A pesar de la muerte de su padre, Julia continuó sus estudios en San Diego ayudada económicamente tanto por una tía suya como por su hermana Constance, que apoyada por su madre había empezado a estudiar en Berkeley y posteriormente fue contratada como profesora en San Diego High School, lo que le permitió aportar también fondos para sufragar los gastos de estudio de Julia en San Diego, que ascendían a unos 12 dólares al trimestre. De esa forma, Julia continuó sus estudios de cálculo y realizó cursos de Álgebra, Historia de las Matemáticas y Geometría Moderna. Su entusiasmo por las matemáticas seguía en aumento, aunque ella misma reconocía que *no sabía lo que la asignatura era realmente*. En este periodo destaca su interés por leer libros de matemáticas, en especial los de E. T. Bell. A través de uno de ellos, *Men of Mathematics* (Bell, 1965), comenzó a tener sus primeras ideas sobre el análisis real. Al año siguiente, Julia ya se cambió a la Universidad de Berkeley. Era frecuente que los alumnos de San Diego permaneciesen en ese centro durante dos años y luego continuasen sus estudios bien en UCLA (Universidad de Los Ángeles, en California) o en la Universidad de Berkeley. Como hemos comentado, Julia eligió esta última opción.

Durante su primer año en Berkeley, Julia recibió cinco cursos, uno de ellos sobre Teoría de Números, que impartía el profesor asistente, Raphael M. Robinson. Debido a que sólo había cuatro estudiantes en sus clases y a causa de los paseos que Julia tenía con él para discutir sobre matemáticas modernas, ella aprendió mucho y aprendió también a conocer a Raphael como persona, con el que se casaría al año siguiente.

Tras un año en Berkeley, Julia recibió su A. B. (Bachelor of Arts: el *bachelor* es el equivalente al grado de licenciatura en nuestro país) en 1940 y solicitó trabajo en varias empresas, si bien llegó a la conclusión de que los empresarios estaban más interesados en sus cualidades mecanográficas que en sus conocimientos matemáticos. La única posibilidad que se le presentó para trabajar fue en el estado de Oregon, pero tuvo que renunciar a ese puesto que se le ofrecía por no poderlo compatibilizar con sus estudios.

Como ya se ha comentado antes, los encuentros de trabajo que mantuvieron Julia y su profesor Raphael Robinson como consecuencia de las clases que éste impartía permitieron que ambos llegaran a desarrollar una amistad personal y a sentir una atracción mutua, lo que trajo como consecuencia que después del primer semestre de su segundo año en Berkeley, cuando Julia había empezado a enseñar Estadística en esa Universidad bajo la supervisión del profesor Jerzy Neyman, Raphael y ella se casaran en Diciembre de 1941. No obstante, debido a una norma vigente en la Universidad de Berkeley que impedía a los miembros de una misma familia trabajar juntos en un mismo departamento, Julia no pudo continuar trabajando en el departamento de Matemáticas, aunque en aquel momento a Julia aquello no llegó a preocuparle en demasía, ya que según ella misma escribió, *ahora ella ya estaba casada y quería tener una familia*. No obstante, y dado que en este artículo tratamos de analizar las dificultades que una mujer encuentra en su carrera sólo por el hecho de serlo,





el hecho anterior no puede decirse, en honor a la verdad, que fuese una discriminación sufrida por Julia sólo por el hecho de ser mujer, dado que a la inversa la norma se aplicaba también, es decir, que si ella hubiese estado trabajando primero en el departamento, entonces su marido tampoco hubiese podido ser contratado (aunque lógicamente, la probabilidad de ocurrencia de este segundo caso era muchísimo menor que la del primero). En cualquier caso, Neyman pudo conseguir que Julia compartiera trabajo con Elizabeth Scott. En cierta ocasión, le pidieron a Julia que hiciera una descripción sobre lo que hacía cada día en su despacho particular, y ella contestó: “*Lunes: intento probar el teorema; Martes: intento probar el teorema; Miércoles: intento probar el teorema; Jueves: intento probar el teorema; Viernes: teorema falso.*” Durante la segunda guerra mundial, Julia también trabajó para Neyman en el Laboratorio Estadístico de Berkeley, en proyectos militares secretos.



Foto 6. Universidad de Berkeley

Durante todo aquel tiempo, Julia se había sentido muy bien en Berkeley. Así, ella misma afirma:

*“Yo era muy feliz, sumamente feliz, en Berkeley. En San Diego no había nadie como yo. Si, como dijo Bruno Bettelheim, todo el mundo tiene su propio cuento de hadas, el mío es la historia del patito feo. De repente, en Berkeley, yo me di cuenta de que realmente era un cisne. Había mucha gente, tanto estudiantes como miembros de la facultad, entusiasmada como yo en las matemáticas y había bastante actividad social del departamento en el cual yo estaba incluida. Además, allí estaba Raphael”.*

Tras su boda, Julia se concentró en amueblar su casa y fundar una familia, aunque pronto llegaron los infortunios. Se quedó embarazada, pero perdió el bebé debido a una neumonía que había contraído en una visita a San Diego y al aumento de cicatrices en el tejido del corazón debido a la fiebre reumática. Su médico le aconsejó que no intentara tener más niños. De hecho, el doctor llegó a comentarle a la madre de Julia en privado que Julia sería muy afortunada si lograba vivir hasta los cuarenta años (entonces ella tenía veintidós) (Reid, 1986). Este consejo desoló tanto a Julia, que atravesó un periodo de depresión del que sólo salió cuando su marido volvió a interesarla por los estudios de matemáticas. Al respecto, comentar que Mina Rees (primera mujer matemática Presidente de la American Association for the Advancement of Science, en 1970) había observado que en aquel tiempo era difícil encontrar a una mujer matemática que no estuviera casada con un matemático. Según Julia, lo que Mina decía era cierto en su época, pero pensaba que no iba a serlo por mucho tiempo. De hecho, Julia siempre pensó que parte de su éxito se debía a la ayuda de Raphael. Él la enseñó, la animó y la ayudó incluso de forma económica en sus estudios.

Incorporada de nuevo a sus estudios, Julia empezó a trabajar en funciones generales recursivas durante 1946-1947, publicando un trabajo sobre las mismas al año siguiente (Robinson, 1948).

Julia también empezó a trabajar en su doctorado con el matemático polaco Alfred Tarski, uno de los lógicos más importantes de la época, que se encontraba en Berkeley durante la Guerra Mundial.

Tarski ha sido uno de los dos matemáticos lógicos más importantes del siglo XX (el otro fue Kurt Gödel). Los principales temas objeto de estudio por Tarski fueron las Metamatemáticas, la Teoría de Conjuntos, la Teoría de Modelos y el Álgebra Abstracta Universal. Tarski dirigió durante un periodo de más de treinta años después de la guerra una serie de Tesis Doctorales a sus alumnos más adelantados, la primera de las cuales fue la de Julia.



Foto 7. Julia y Raphael

En esa tesis, titulada: “*Definability and decision problems in arithmetic*” y presentada en 1948, Julia probó la irresolubilidad algorítmica del cuerpo de los números racionales.

Ya en el mismo año en el que obtuvo su doctorado, Julia comenzó a trabajar en el Décimo Problema de Hilbert, relativo a *la determinación de la resolubilidad de una Ecuación Diofántica: dada una ecuación diofántica con cualquier número de incógnitas y con coeficientes enteros, idear un proceso conforme al cual pueda determinarse en un número finito de operaciones si la ecuación es resoluble en números enteros*. Este problema ya le ocuparía prácticamente el resto de su carrera profesional.

Sobre 1949, Julia estuvo interesada en trabajar en UCLA para adquirir experiencia como profesora. Sin embargo, terminó trabajando un año en la RAND Corporation en Santa Mónica, en donde se desarrollaba una ingente investigación en teoría de juegos. Allí coincidió con Oliver Gross, que estaba estudiando un problema de juegos suma-cero propuesto por George Brown para un concurso. Julia consiguió resolverlo, pero no se le concedió el premio que la corporación entregaba a la persona que encontrara la solución por el hecho de estar trabajando para la misma, lo cual iba en contra de las bases. Este resultado fue publicado en 1951 bajo el título: “*An iterative method of solving a game*” (Robinson, 1951).

No obstante, incluso siendo empleada de RAND, Julia continuó trabajando en el décimo problema de Hilbert. En 1950, en el Congreso Internacional de Matemáticas en Cambridge, Massachussets, primer congreso de Matemáticas tras la guerra, Julia presentó parte de su trabajo sobre ese problema en una charla de 10 minutos. En aquel congreso, Julia conocería a Martin Davis, con el que pasados unos años colaboraría en la resolución de ese problema. Por cierto que Julia recuerda que Martin le dijo que él no veía cómo su trabajo (el de Julia) podía ayudar a resolver el Décimo Problema de Hilbert.

Por aquellos años, Julia también trabajó en un problema de hidrodinámica para la oficina de investigación naval, así como en las campañas para la presidencia de Adlai Stevenson (candidato rival del luego Presidente de los Estados Unidos Eisenhower, en 1952 y en 1956). Después lo haría para el partido democrático en los 6 siguientes años. No obstante, y a pesar de estas incursiones en la política, Julia no cesó su trabajo en la investigación matemática y publicó varios escritos (como por ejemplo, Robinson, 1955 y 1959), aparte de continuar trabajando en el Décimo Problema de Hilbert.



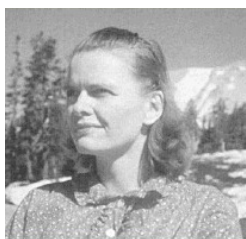


Foto 8. Julia en los años 50

En el verano de 1959, Martin Davis y un colega suyo, filósofo, Hilary Putnam, enviaron a Julia para que lo revisara un resultado de ambos que más tarde llegaría a ser una parte importante de la solución del décimo problema. Davis recuerda de Julia que:

*“Su primera respuesta, “casi a vuelta de correo”, fue mostrarnos cómo evitar el análisis tan confuso que aparecía en nuestro trabajo. Unas semanas después nos mostró como cambiar las hipótesis no demostrables sobre primos en progresión aritmética por la teoría de números primos para progresiones aritméticas... Después felizmente simplificó la prueba, que había llegado a ser bastante compleja. En la versión publicada, la prueba era simple y elegante.”*

Como resultado de esta colaboración conjunta, Davis, Putman y Julia publicaron un trabajo conjunto en 1961 (véase Davis et al., 1961). Sin embargo, en ese mismo año Julia vio agravarse su problema de corazón y tuvo que ser operada. Su salud mejoró un mes después de la intervención.

Después de esto, Julia siguió trabajando como habitualmente en el Décimo Problema de Hilbert, al que dedicó más de 20 años de su vida, pasando incluso por muchos momentos de crisis al ver que no conseguía resolverlo. Es curioso que en sus cumpleaños ella siempre pedía como deseo encontrar la solución. No obstante, logró encontrar la base teórica que Yuri Matijasevic usó posteriormente en 1970 (Matijasevic, 1971) para probar que no existe un método general para determinar la resolubilidad.

Durante esos años Julia publicó varios trabajos sobre dicho problema, hasta que finalmente, en 1970, Julia se enteró de que un matemático ruso de 22 años llamado Yuri.



Foto 9. Julia y Yuri

Matijasevich, había resuelto la prueba del Décimo Problema de Hilbert, construyendo una función de crecimiento aproximadamente exponencial, a partir de la sucesión de Fibonacci, con la que pudo probar el carácter diofántico de la función exponencial y, en consecuencia, que todo conjunto recursivamente enumerable es diofántico, lo que completaba la prueba (es conveniente notar, no obstante, que según algunos historiadores, otro joven matemático ruso de similar edad, Gregory Chudnovsky, aseguraba también haber resuelto el problema, independientemente de Matijasevich).

A través de Martin Davis, Julia se puso en contacto con Yuri, y le escribió (Reid, 1996):

*“Si realmente tienes 22 años, me agrada saber que cuando yo hice la conjetura, tú eras un bebe y yo he tenido que esperar a que tú crecieras”.*

Posteriormente, Julia y Yuri publicaron junto dos trabajos, “Two universal three quantifier representations of enumerable sets” y “Hilbert’s Tenth Problem. Diophantine equations: positive aspects of a negative solution” (este último con la colaboración de Martin Davis) (Davis et al., 1974).



En reconocimiento a sus varias contribuciones excepcionales y por su papel determinante en el trabajo que llevó a la solución del Décimo Problema de Hilbert, Julia Robinson tuvo el honor de ser la primera mujer que fue elegida miembro de la “National Academy of Sciences” en 1975, aunque en opinión de ella misma, *había mujeres que se merecían este honor más que ella*. Posteriormente, Julia consiguió un empleo de profesora a tiempo completo en Berkeley en 1976, aunque por su delicado estado de salud le fue permitido impartir solamente una cuarta parte de la carga lectiva normal. En 1979, el “Smith Collage” le otorgó un grado honorífico. También fue elegida Presidente de la “Association of Presidents of Scientific Societies”, aunque tuvo que renunciar por sus problemas de salud.

En 1980, la “Association for Women in Mathematics” estableció las “Emmy Noether Lectures” para honrar a aquellas mujeres que hubiesen realizado contribuciones fundamentales en el estudio de las matemáticas. Estas charlas, de una hora de duración, tenían lugar en Enero de cada año en los “Joint Mathematical Meetings” y el nombre de las mismas se puso en honor de Emmy Noether (1882-1935), matemática alemana importante de su época. Emmy, que por ser mujer nunca había conseguido una posición relevante en su país, tuvo que emigrar a los Estados Unidos en 1933, junto con otros científicos e intelectuales, cuando Hitler llegó al poder en Alemania en esa fecha. Julia fue invitada a impartir la tercera de estas charlas, en 1982, con el título “*Functional Equations in Arithmetic*”, siendo precedida en 1980 (año en el que se establecieron estas charlas) por F. Jessie Mc Williams (“*Survey of Coding Theory*”) y en 1981 por Olga Taussky-Todd (“*Many aspects of Pythagorean Triangles*”). Anteriormente, Julia también había sido invitada en 1980 para dar una charla dentro de las “American Mathematical Society Colloquium Lecturers”. Otras mujeres matemáticas que también participaron en las mismas fueron Anna Pell-Wheeler, en 1927, y posteriormente, Karen Uhlenbeck, en 1985. Estas charlas fueron instauradas en 1896.

Fue sin embargo en ese mismo año de 1982 cuando Julia recibió la más alta distinción nunca anteriormente conseguida por una mujer matemática, al ser elegida Presidenta de la “American Mathematical Society”, después de cuatro años de ser la primera mujer que ocupara un cargo directivo en la Sociedad. Ella siempre pensó que había sido elegida Presidenta sólo por el hecho de ser mujer, es decir, como si fuese una concesión de género por parte del estamento de matemáticos varones. Por esa razón, cuando fue nominada para ese cargo, ella no aceptó inmediatamente, reservándose varios días para tomar una decisión. Una de las razones que la llevaron a aceptar el cargo fue pensar que una mujer nunca había sido Presidente y que si ella no aceptaba, pudiera pasar mucho tiempo hasta que a otra mujer le fuese ofrecido ese cargo. Al respecto, posteriormente, ella misma escribió (Reid, 1986):

*“Raphael pensaba que yo debía declinar el ofrecimiento y reservar mi energía sólo para investigar en matemáticas. Pero una mujer matemática no tenía más alternativa que aceptar. Yo siempre he intentado hacer todo lo que pudiese para animar a las mujeres de talento a investigar en matemáticas y consideré mi paso como Presidente de la Sociedad como muy satisfactorio”.*

Por eso, tras meditarlo durante un tiempo, Julia decidió que, como mujer y como matemática, no tenía más alternativa que aceptar. Julia desempeñó esa presidencia durante los años 1983 y 1984, siendo Cathleen Morawetz, del “Courant Institute of Matemáticas Sciencies” la segunda mujer matemática en ostentar tal honor, en los años 1995 y 1996.

También, al año siguiente, en 1983, Julia fue galardonada con una beca de la Fundación McArthur (65.000 dólares anuales por un periodo de cinco años). Esta beca, (generalmente conocida como “la recompensa de los genios”) es un premio en metálico, que puede ser utilizado por el galardonado en la forma que él/ella estime más conveniente, otorgado por la “Fundación John D. and Catherine T. MacArthur” cada año a unos 20 ó 40 ciudadanos o residentes de los Estados Unidos, de



cualquier edad y trabajo en cualquier campo, arte, humanidades, ciencias, ciencias sociales o asuntos públicos, que “hayan mostrado algún mérito especial”. Otras mujeres matemáticas que también han recibido esta beca han sido, por ejemplo, Karen Uhlenbeck, en 1983, Nancy Kopell, en 1990, e Ingrid Dwbechies, en 1992. Finalmente, en 1985, Julia fue también aceptada por la “American Academy of Arts and Sciences”.

Como puede verse, la importancia de los trabajos de Julia y su capacidad como matemática les fueron reconocidas en vida (puede consultarse (Bermúdez, 2002) al respecto). No obstante, a Julia, todo este interés por su trabajo la avergonzaba:



*“Todo este interés -escribió en un significativo pasaje- ha sido gratificante pero a la vez embarazoso. Lo que yo realmente soy es una matemática. Antes que ser recordada como la primera mujer que hizo esto o aquello, yo preferiría ser recordada como un matemático debería serlo, simplemente por los teoremas que he probado y por los problemas que he resuelto”.*

Foto 10. Julia Robinson

Incluso cuando se le requirió material autobiográfico para hacer una biografía de su vida por parte de la American Mathematical Society, Julia se resistía a entregarlo. Solamente, cuando pensó que la presión a la que estaba siendo sometida para que lo hiciera fue insostenible, Julia cedió a estos deseos, diciéndole a su hermana Constance: “Constance, hazlo tú” (Reid, 1996).

A Julia no le gustaba tampoco recibir honores por algo que no hubiera hecho sin la ayuda de los demás. Así, referente a su aportación a la solución del décimo problema de Hilbert, escribió (Reid, 1986):

*“Yo he comentado tan poco sobre mis más de veinte años de trabajo sobre el décimo problema de Hilbert porque Martin [Davis], que ha contribuido tanto como yo a dar su solución, ha publicado varios excelentes artículos contando la historia completa”. Y a este respecto, Martin Davis opinaba así sobre ella: “Una fuerte característica de Julia fue su insistencia en estar siempre segura de darle a cada persona su mérito. Ella y Yuri [Matijasevich] se negaron a aceptar honores que consideraban inapropiados”.*

En referencia a sus otros gustos vitales y a sus aficiones, a Julia le gustaba mucho montar en canoa y hacer excursiones, aunque su principal afición fue montar en bicicleta. De hecho, Julia llevaba su bicicleta consigo en todos los viajes profesionales que hacía. Ella mismo escribió (Reid, 1986):

*“Un mes después de mi operación de corazón (Julia fue operada del corazón en 1961 y a esa intervención le siguieron dos más posteriores en esa misma década) yo compré mi primera bicicleta, que luego fue seguida por otra media docena de bicicletas, cada una de ellas mejor que la anterior. Yo hice muchas salidas en bicicleta por el país y también en Holanda. Raphael siempre se quejaba de que mientras las esposas de otros hombres compraban joyas y pieles, la suya compraba bicicletas”.*

En el verano de 1984, Julia enfermó de leucemia mientras se encontraba presidiendo el Congreso de la *American Mathematical Society* en Eugene (Oregon). Tras un prolongado tratamiento y estancias en el hospital, Julia tuvo una etapa de mejoría de varios meses, en la primavera de 1985. Finalmente, ella falleció a causa de esta enfermedad casi un año después, el 30 de Julio de 1985, a la edad de 65 años, siendo sobrevivida por su marido Raphael y por sus dos hermanas Constante Reid y Billie Comstock.

A pesar de todos los problemas de salud y personales que tuvo, Julia siempre supo afrontarlos sin perder su entusiasmo por las matemáticas. A lo largo de toda su vida intentó ofrecer oportunidades a todos los estudiantes, animando a la gente joven a que tuvieran más confianza en sus habilidades. Siempre pensó que las mujeres y minorías matemáticas necesitaban especialmente este apoyo, para



Foto 11. Julia Robinson y Raphael

que todas aquellas personas, de cualquier género y condición, que tuviesen el deseo y la habilidad de investigar en el campo de las matemáticas pudiesen siempre tener la oportunidad de hacerlo. De hecho, fiel a esta filosofía hasta su muerte, uno de sus últimos deseos fue que no hubiese funerales en su honor y que aquellas personas que quisiesen contribuir de alguna forma a recordar su memoria entregasen un donativo a la Fundación Alfred Tarski, administrada por el departamento matemático de Berkeley, que ella misma, junto con otros compañeros, había fundado en honor de su profesor, director de Tesis, amigo y colega.

### 3. La resolución del décimo problema de Hilbert

Aunque somos conscientes de que resultaría muy pretencioso por nuestra parte intentar explicar en pocas palabras una solución tan compleja y que tanto tiempo ha llevado conseguir como la del décimo problema de Hilbert, nos gustaría terminar este artículo comentando unas breves notas sobre la evolución de la misma. Una visión más general sobre este tema puede verse en (Davis et al., 1974).

Básicamente, los intentos realizados para obtener una solución negativa del décimo problema de Hilbert comenzaron alrededor de 1950, cuando Martin Davis conjeturó que toda *relación recursivamente enumerable era diofántica* y demostró que esta relación podía representarse en la después denominada *Forma Normal de Davis*.



Foto 12. Martin Davis, Julia y Yuri

Posteriormente, Julia Robinson comenzó a atacar el problema de forma más directa estudiando qué relaciones diofánticas podía encontrar (Robinson, 1955). Al no encontrar muchas, permitió el uso de la exponenciación en la representación de las relaciones. A partir del éxito obtenido en sus trabajos, Julia demostró que para probar que *el grafo de la exponenciación era diofántico*, bastaba mostrar la naturaleza diofántica de cualquier relación de crecimiento aproximadamente exponencial.

En 1961, Davis, Putnam y J. Robinson publicaron un trabajo conjunto en el que mostraban que *toda relación recursivamente enumerable es exponencial diofántica*. La prueba consiste en usar las relaciones exponencial diofánticas de Robinson para eliminar el cuantificador universal acotado que aparece en la Forma Normal de Davis de una relación recursivamente enumerable.



Finalmente, en 1970, Yuri Matijasevic (Matijasevic, 1971) construyó una función de crecimiento aproximadamente exponencial, a partir de la sucesión de Fibonacci, con la que pudo probar el carácter diofántico de la función exponencial y, en consecuencia, que todo conjunto recursivamente enumerable es diofántico, lo que completaba la solución al décimo problema de Hilbert.

Posteriormente, Julia y Yuri publicaron juntos dos trabajos sobre la resolución de este problema: “*Two universal three quantifier representations of enumerable sets*” y “*Hilbert’s Tenth Problem. Diophantine equations: positive aspects of a negative solution*”, el último de ellos con la colaboración de Martin Davis (Davis et al., 1974).

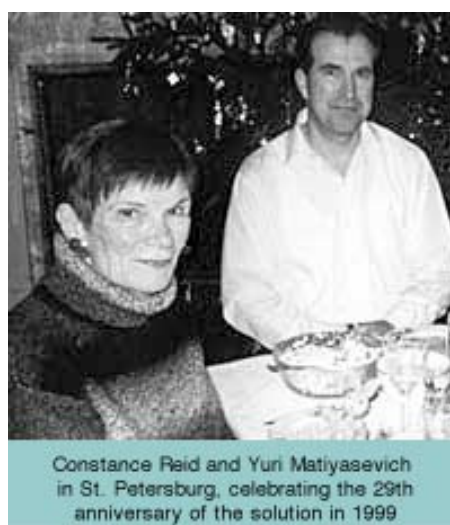


Foto 13. Costance Reid y Yuri Matiyasevich

Todo ello supuso la resolución de un problema planteado unos setenta años atrás, más o menos, pero cuyo origen se remonta, como ya se ha indicado, unos veintidós siglos atrás.

## 4. Bibliografía

En MathSciNet pueden verse hasta 31 referencias de artículos y comunicaciones de Julia Robinson, realizados a nivel individual o en colaboración con otros autores. Indicamos aquí, a continuación, las referencias citadas en el texto:

- Bell, E. T. (1965). *Men of Mathematics: Simon and Schuster*. New York (last edition).
- Bermúdez, T. (2000). *Julia Robinson: una mujer matemática*. Las matemáticas del Siglo XX, Una mirada en 101 artículos, Nivola libros y ediciones, 419-422.
- Davis, M.; Matijasevic, Y.; Robinson, J. (1974). Julia, Hilbert’s tenth problem: Diophantine equations: positive aspects of a negative solution, Mathematical developments arising from Hilbert problems. *Proc. Sympos. Pure Math.* XXVIII, 323-378.
- Davis, M.; Putnam, H.; Robinson, J. (1961). The decision problem for exponential diophantine equations. *Ann. of Math.* 74, 425-436.
- Hilbert, D. (1902). Mathematical Problems. *Bull. Am. Math. Soc.* 8, 437-479 (traducción de Mary Winston).
- Matijasevic, Y. (1971). Diophantine representation of the set of prime numbers. *Soviet Math. Doklady* 12:4, 249-254.

- Reid, C. (1986). The autobiography of Julia Robinson. *College Math. J.* 17:1, 3-21.
- Reid, C. (1996). Being Julia Robinson,' sister. *Notices Amer. Math. Soc.* 43:12, 1486-1492.
- Robinson, J. (1948). A note on exact sequential analysis. *Univ. California Publ. Math. (N.S.)* 1, 241-246.
- Robinson, J. (1951). An iterative method of solving a game. *Ann of Math* 54:2, 296-301.
- Robinson, J. (1955). A note on primitive recursive functions. *Proc. Amer. Math. Soc.* 6, 667-670.
- Robinson, J. (1959). "The undecibility of algebraic rings and fields" *Proc. Amer. Math. Soc.* 10, 950-957.

**Isabel Hernández Fernández**, nacida en Huelva el 18 de Enero de 1985, es licenciada en Matemáticas por la Universidad de Sevilla (2003-2008). Investiga en Teoría de Lie, habiendo publicado algunos artículos al respecto, así como también tiene varias publicaciones en Matemáticas Recreativas y Divulgativas, en las que está muy interesada.

E-mail: [isa\\_hdez\\_fdez@hotmail.com](mailto:isa_hdez_fdez@hotmail.com)

**Consuelo Mateos Contreras**, nacida en Cádiz el 16 de Enero de 1985, es licenciada en Matemáticas por la Universidad de Sevilla (2003-2008). Investiga en Teoría de Lie, habiendo publicado algunos artículos al respecto, así como también tiene varias publicaciones en Matemáticas Recreativas y Divulgativas, en las que está muy interesada.

E-mail: [conmatcon@gmail.es](mailto:conmatcon@gmail.es)

**Juan Núñez Valdés (Sevilla – 1952)**, Licenciado y Doctor en Matemáticas, es Profesor Titular del Dpto. de Geometría y Topología de la Facultad de Matemáticas de la Universidad de Sevilla. Tiene numerosas publicaciones sobre Teoría de Lie. Es asimismo vocal a la Junta Directiva de la Delegación Provincial de Sevilla de la S.A.E.M. THALES, siendo autor de varias publicaciones sobre Matemáticas Recreativas y Divulgativas, así como también sobre Historia de las Matemáticas.

E-mail: [jnvaldes@us.es](mailto:jnvaldes@us.es)

